Revista de Ciência Elementar
Volume 2 | Número 1

Superfície cónica

Virgínia Amaral, Ângela Lopes, Elfrida Ralha, Inês Sousa e Cláudia Taveira

Amaral, V., Lopes, A., Ralha, E., Sousa, I., Taveira, C. (2014), Revista de Ciência Elementar, 2(01):0051

Superfície Cónica é o lugar geométrico dos pontos ***P*** de coordenadas (***x***, ***y***, ***z***) definidos por uma equação (canónica) do tipo:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

com ***a***, ***b***, ***c*** constantes reais diferentes de zero.

Notas

A superfície cónica definida por $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ tem o vértice na origem de um referencial tridimensional, ortonormado (em relação ao qual se definiu a equação) e é simétrica em relação aos planos coordenados.

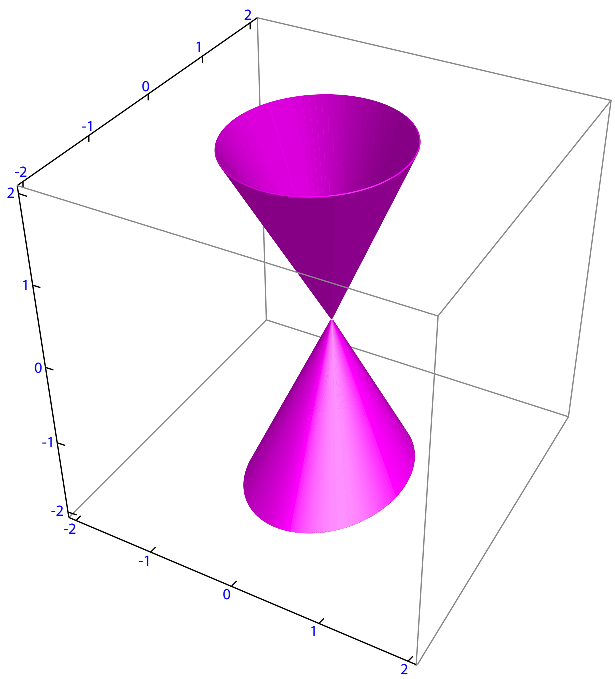

Figura 1 - Superfície cónica definida pela equação

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{25}=0$$

Observe-se ainda que as equações (canónicas)

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0 \text{ ou } \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

ou etc. (no primeiro membro, dois coeficientes com um sinal e o terceiro com sinal diferente) também representam superfícies cónicas de vértice em ***O***, apesar de terem outro eixo.

Atendendo a que a equação inicial da superfície cónica

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

se pode escrever na forma

$$z^2=c^2\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)$$

ou ainda na forma equivalente

$$z=\pm\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)},$$

cada uma destas equações

$$z=\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)} \text{ e } z=-\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)}$$

define uma **hemisuperfície cónica**, respetivamente, a superior e a inferior (relativamente ao plano coordenado ***XOY***).

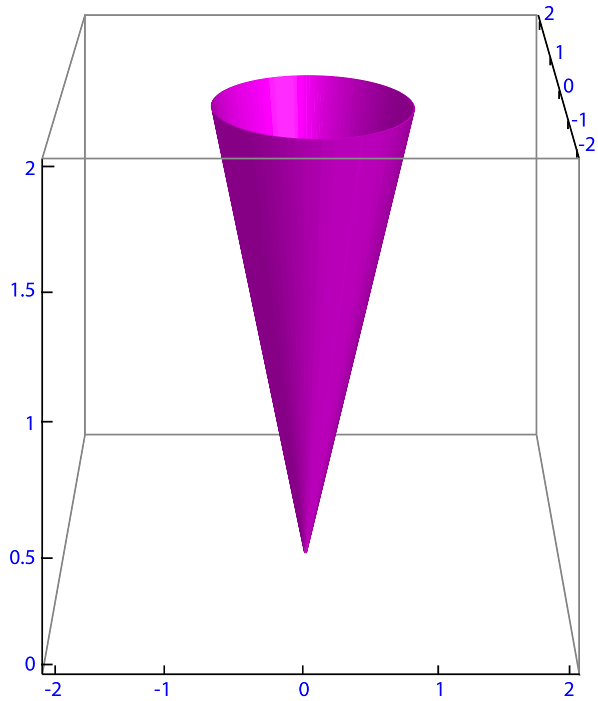

Figura 2 - Hemisuperfície cónica definida pela equação

$$z=\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)}$$

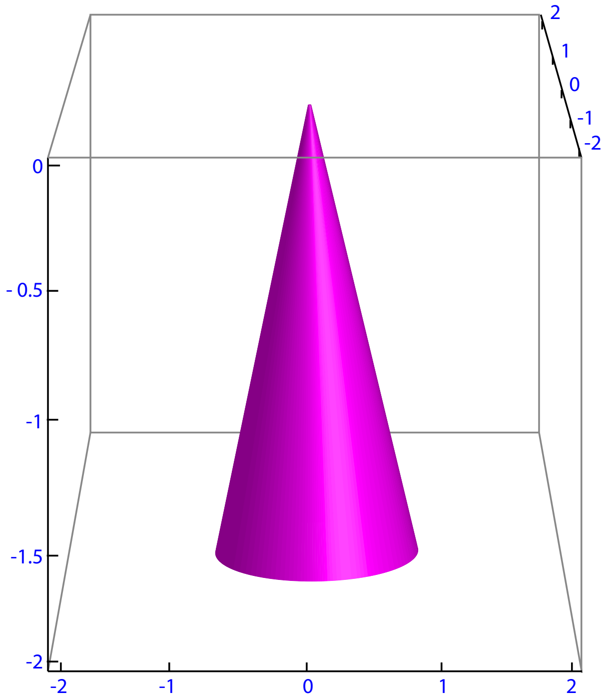

Figura 3 - Hemisuperfície cónica definida pela equação

$$z=-\sqrt{c^2\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)}$$

As secções paralelas ao plano coordenado ***XOY*** são elipses (circunferências quando ***a*** = ***b***, caso em que se tem um cone de revolução ou cone circular reto) definidas por

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=k \ .$$

As secções planas paralelas aos outros planos coordenados são hipérboles definidas por

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=k \text{ ou } \frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=k \, .$$

Materiais relacionados disponíveis na Casa das Ciências:

1. Cónicas, de Michael R. Gallis.

Autor

Virgínia Amaral, Ângela Lopes,
Elfrida Ralha, Inês Sousa,
Cláudia Taveira

Editor

José Francisco Rodrigues
Departamento de Matemática da
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa